1. LES EFFETS D'ÉCHELLE : UN ÉTAT DE L'ART

La détermination des caractéristiques intrinsèques du béton fait en général appel à des essais expérimentaux effectués au niveau de laboratoire sur des éprouvettes répondant aux normes en vigueur, de tailles relativement faibles par rapport aux tailles réelles des structures en service ce qui devrait mener à une évaluation assez satisfaisante du comportement des ouvrages. Or, certaines caractéristiques mécaniques essentielles des structures en béton changent quand les tailles de ces structures changent. Ceci est notamment le cas pour la contrainte nominale maximale calculée en admettant un comportement linéaire. C'est le phénomène de l'effet d'échelle. Celui-ci est mis en évidence par divers types de sollicitations uni-axiales et multiaxiales sur des éprouvettes et des structures en béton de même géométrie mais de tailles différentes. Ainsi, lors d'essais expérimentaux uni-axiaux sur des éprouvettes où les sollicitations sont uniformes et homogènes, la contrainte moyenne à la rupture supportée a pratiquement tendance à diminuer (de presque 25%) quand la taille de l'échantillon augmente [1]. Ce cas particulier d'effet d'échelle est aussi appelé effet d'échelle de volume.

Les mêmes constatations sont notées lors de sollicitations multiaxiales sur des structures de géométries identiques mais de tailles différentes. La contrainte nominale maximale d'une structure diminue lorsque la taille de celle-ci tend à augmenter. Cet autre cas particulier d'effet d'échelle, où les sollicitations sont multiaxiales, est lui appelé effet d'échelle de structures pour le différencier du premier. Il apparaît clairement que les performances mécaniques des structures réelles ne sont pas forcément identiques à celles des éprouvettes du laboratoire et le passage à l'échelle de la structure dans le dimensionnement et le calcul des projets nécessite la prise en compte de cet effet.

Il est aussi important de noter qu'un autre effet d'échelle appelé effet de taille qui lui se situe à l'échelle mésoscopique caractérise surtout la dépendance des performances mécaniques des matériaux qui subissent un effet négatif avec l'augmentation de la taille de leur microstructure (inclusions, pores, cristaux, granulats, fibres...) tout en gardant les mêmes fractions volumiques des constituants comme le signalent P. Rossi et F. Ulm [22] dans leur étude sur la modélisation des effets de taille sur le comportement du béton en sollicitation bi-axiale de traction-compression. Une amélioration significative des performances mécaniques est observée sur plusieurs types de matériaux et notamment sur les bétons lorsque la taille de leur microstructure diminue.

Tous ces phénomènes et ces observations qui ont été notés et rapportés par de nombreux auteurs ont permis de mettre en évidence l'importance de l'aspect des hétérogénéités du béton à l'échelle des granulats qui se manifeste par la présence de micro défauts, de microfissures et de micro vides d'orientations, de tailles et de densités quelconques dans des zones qui localisent rapidement les déformations sous l'action des chargements [2, 3, 4, 5]. Ainsi, plus les dimensions d'une structure sont grandes, plus il est probable d'avoir la présence d'une importante proportion de défauts pouvant contenir ceux les plus critiques.

Dans le cas des matériaux hétérogènes pour lesquels les caractéristiques locales sont très différentes suivant les constituants, la définition d'un volume statistiquement représentatif pour lequel l'effet d'hétérogénéité est négligeable s'impose et devient une nécessité pour une caractérisation fiable de leurs propriétés physico mécaniques intrinsèques. A titre d'exemple, pour le béton, matériau très sensible au problème d'hétérogénéité, la notion de volume homogénéisé va être totalement différente selon la caractéristique intrinsèque étudiée ou considérée. Ainsi, selon que l'on s'intéresse à la résistance mécanique, à la rigidité, au coefficient de conductivité thermique, au coefficient de diffusion dans l'eau ou à la ténacité, il est évident et même clair que les volumes élémentaires pour lesquels ces propriétés auront un sens ne sont pas identiques. Certaines caractéristiques mécaniques des structures en béton comme la contrainte nominale maximale changent avec les tailles de ces structures ce qui influence leur comportement en état fissuré [1,6]. Il faut tout simplement signaler que des moyens numériques sont actuellement donnés pour prévoir la dépendance de la contrainte nominale maximale en fonction de la taille.

Au niveau mécanique, les mesures de la résistance à la flexion sont en général reliées à celles à la traction. Il est alors probable que ces deux propriétés soient affectées de manière similaire par les mêmes paramètres de composition du matériau. M.F. Kaplan [7] signale dans ses travaux l'impact de la taille maximale du granulat et de la distribution granulométrique sur la résistance à la flexion du béton hydraulique qui diminue en présence de gros granulats dans le volume de l'échantillon. Ainsi, l'existence d'un effet d'échelle a été confirmée par de nombreuses études expérimentales rapportées par la littérature scientifique et a déjà été mise en évidence en 1973 par V. Kadlecek et Z. Spetla [8], en 1977 par R. Torrent [9] et en 1991 par X. Wu, ainsi que par d'autres études sur des éprouvettes cylindriques homothétiques en béton testées en traction. Cet effet d'échelle général connu aussi sous le nom d'effet d'échelle de volume, d'effet d'échelle de structure ou d'effet de taille se manifeste expérimentalement par une diminution de la contrainte moyenne de rupture avec l'augmentation du volume de l'éprouvette soumise à une sollicitation homogène [6]. L'expérience de Leonard de Vinci, il y a de cela plus de 400 ans qui conclut que la résistance à la traction d'un fil d'acier est d'autant plus faible que le fil est long illustre clairement la nature statistique de la distribution des défauts au sein d'une structure. Ces défauts qui sont dangereux à cause des concentrations de contraintes qui se produisent à leur voisinage mettent en évidence ce phénomène de l'effet d'échelle [11, 12, 13].

Pour le béton, les différents stades et les mécanismes de sa fissuration sont influencés par les microfissures initiales et les interfaces pâte-granulats qui représentent à l'origine des zones de faible résistance. Ces défauts et leur distribution spatiale vont alors conditionner le comportement d'un volume donné de béton soumis à un champ de contrainte quelconque. Il est par conséquent logique de supposer que plus le volume considéré est important, plus la probabilité de rencontrer un défaut critique amenant la ruine de la structure est aussi importante. Ceci implique un comportement différent du béton suivant le volume sollicité [14].

Ce phénomène a été mis aussi en évidence par R. L'Hermite [15] à travers des essais de flexion trois points sur des poutres non entaillées de dimensions homothétiques d'un rapport maximum égal à 10 et par H. Borg cité par P. Rossi [14] dans un rapport détaillant une étude menée sur la fissuration du béton puis par Z. Bazant et P. Pfeiffer [16] à travers des structures pré-fissurées chargées en mode I en flexion trois points. Ces derniers rapportent que les valeurs expérimentales du facteur d'intensité des contraintes critiques KIC augmentent avec la taille de la structure jusqu'à atteindre une valeur constante pour des poutres de très grandes dimensions. Ce constat est à l'origine du développement

d'approches statistiques probabilistes de la rupture des matériaux fragiles comme celle de Weibull largement utilisée aujourd'hui pour la caractérisation de l'aspect aléatoire de la ruine des matériaux hétérogènes et fragiles [17,18,19]. Cependant I. Laalai et K. Sab [20] étudiant numériquement la rupture d'un réseau carré de poutres encastrées élastiques fragiles notent que l'effet d'échelle devient négligeable à partir d'un certain volume de l'échantillon d'essai considéré comme le volume élémentaire représentatif (VER) atteint pour la résistance du matériau. Ils définissent ainsi l'existence d'un rapport critique entre la taille de l'éprouvette et la dimension de la plus grosse hétérogénéité du matériau au delà duquel le phénomène disparaît. Le même constat a été formulé expérimentalement en traction par P. Rossi et X. Wu [21] et par P. Rossi et al. [13] sur deux éprouvettes cylindriques en béton de diamètres 6 cm et 15 cm.

Dans une synthèse de travaux de recherches réalisés sur la modélisation des propriétés structurales de poutres en bois lamellé collé en traction et en flexion et utilisant des approches statistiques probabilistes pour décrire l'hétérogénéité du matériau, P. Castera et D. Breysse [23] rapportent que la coexistence des différentes échelles d'hétérogénéités rend complexe et difficile une définition d'un volume élémentaire représentatif (VER) de ce type de matériau. La description de la rupture par des modèles comme celui du maillon le plus faible de Weibull est alors insuffisante. Dans le cas des matériaux hétérogènes pour lesquels les caractéristiques locales sont très différentes suivants les constituants, il apparait indispensable de définir un volume qui est statistiquement représentatif du matériau afin de rendre l'effet d'hétérogénéité négligeable. Ainsi la notion de volume homogénéisé pour le matériau béton très sensible au phénomène de l'hétérogénéité est totalement différente suivant la caractéristique intrinsèque mesurée. Les nombreuses études rapportées dans la littérature traitant du béton ont été réalisées sur des éprouvettes qui sont en fait inadéquates par rapport aux caractéristiques intrinsèques à identifier. Dans une étude générale sur la fissuration du béton traditionnel traitant du matériau à la structure, P. Rossi [14] propose de définir de façon purement formelle un volume homogénéisé du béton par rapport à son comportement mécanique comme étant, s'il existe, celui à partir duquel la loi de comportement mécanique la plus générale incluant l'endommagement, le fluage et la relaxation est indépendante du volume. La définition de ce volume doit nécessairement s'articuler sur l'expérimentation tout en prenant en compte l'aspect statistique probabiliste de ce concept. On pourrait alors parler de volume élémentaire statistiquement représentatif. Une modélisation basée sur les concepts de modèle de zone cohésive s'appuyant sur la méthode des éléments finis étendus (X-FEM) et utilisant l'approche LEVEL-SET pour le suivi du chemin de la fissuration montre que l'effet d'échelle doit être pris en compte dans le dimensionnement des structures en béton par rapport à leur comportement ultime afin de limiter les dommages et les ouvertures de fissures [24]. Le calcul numérique qui en résulte est validé par une comparaison avec des observations expérimentales [25].

L'effet d'échelle dans les structures en béton a surtout fait l'objet ces dernières années de nombreuses descriptions rapportées dans la littérature par des modèles basés sur les principes de la mécanique de la rupture [26]. L'ensemble de ces modèles ont été catégorisés et regroupés en trois séries. Ils se composent ainsi d'approches déterministes [27, 28, 29], d'approches probabilistes comme par exemple le modèle de P. Rossi et J.M. Piau [30] et d'approches mixtes faisant intervenir ces deux précédentes approches [3]. Il est maintenant connu que la rupture instable dans les bétons est précédée d'un processus de développement d'une importante zone endommagée en tête de fissure responsable du comportement non linéaire de la structure et de part l'importance de sa dimension de l'effet de taille aussi. Les nombreux modèles non linéaires qui caractérisent la rupture des structures en béton rapportés dans la littérature tentent de décrire l'effet d'échelle à partir de la mesure de la ténacité exprimée par le facteur d'intensité de contrainte critique KIC ou par le taux de restitution d'énergie critique GIC. Parmi ces approches, on peut citer le modèle analytique de la bande de rupture CBM [2], le modèle analytique de la fissure fictive ou cohésive [28, 29, 31, 32, 33, 34], la méthode de la courbe KR basée sur la distribution de la force cohésive [35, 36], le modèle de la rupture effective, le modèle de rupture double-K (DKFM) [36, 37, 38, 39], le modèle de la rupture à deux paramètres TPFM [40], le modèle de l'effet de taille SEM [41].

Utilisant comme principe de base, le taux de restitution d'énergie critique, Z. P. Bažant et Q. Yu [42] menant une étude sur les nouveaux problèmes et les progrès sur l'effet de taille dans les phénomènes de rupture d'éprouvettes et de structures en béton dressent une brève synthèse résumée en six investigations des progrès réalisés sur les influences de l'effet de taille sur les performances et les mécanismes de fissuration du béton. Ils préconisent et concluent que la nécessité d'introduire désormais les effets de ce phénomène dans les spécifications des codes de calcul relatifs à ce matériau est d'une grande importance pratique dans le domaine des constructions civiles et industrielle.

L'objectif de cette étude qui dresse et synthétise d'abord l'état de l'art sur les effets d'échelle et de volume dans les matériaux granulaires est de contribuer à travers une réflexion approfondie menée à partir de résultats expérimentaux obtenus sur des tests de mesure des résistances en compression et en flexion et sur des tests de résistance à la fissuration selon un protocole méthodologique expérimental mis en place à mieux comprendre les effets d'échelle et de volume dans les bétons. Cette démarche menée sur différentes géométries d'éprouvettes en béton servira à illustrer davantage ce phénomène et pourrait constituer un vecteur supplémentaire dans les réflexions et l'orientation des recherches sur les mises en place de méthodologies expérimentales cohérentes pouvant conduire à une définition assez claire et conventionnelle d'un volume élémentaire pouvant être statistiquement représentatif (VESR) et caractéristique du volume homogénéisé du béton. La contribution à la standardisation de l'expérimentation constituera certainement un résultat fondamental et pratique important.

2. MATÉRIAU, MATÉRIEL ET DISPOSITIONS EXPÉRIMENTALES

2.1. Matériau

Le béton B1, utilisé dans cette étude et destiné aux mesures des résistances en compression et en flexion, est composé d'un ciment Portland CPJ/CEM 42,5, d'un sable naturel 0/5, d'un gravier 3/8 et d'une eau de robinet, formulé selon la méthode de Dreux par le dosage suivant: ciment = 400 Kg/m3 ; gravier = 1121 Kg/m3 ; sable = 565 Kg/m3 ; eau de gâchage = 200 l/m3. Le malaxage, dont la durée est de 5 minutes, est réalisé dans une bétonnière de capacité 30 litres. Les principales propriétés physiques des constituants, à savoir l'équivalent de sable (ES), le module de finesse du sable

ALGERIE EQUIPEMENT

MATÉRIAUX

(Mf), les masses volumiques apparente (Mv app.) et absolue (Mv abs.) et la porosité (P), sont rassemblées dans le tableau 1.

Tableau 1 : Propriétés physiques du sable et du gravier utilisés dans le béton B1 Table 1 : Physical properties of sand and gravel

used for concrete B1

Granulat	Sable (0/5)	Gravier (3/8)	
ES (%)	85,80	-	
Mf	1,42	-	
Mv app. (g/cm ³)	1,77	1,53	
Mv abs. (g/cm ³)	2,63	2,57	
P (%)	33	41	

Les valeurs mesurées de l'équivalent de sable supérieure à 85 % et du module de finesse indiquent respectivement que ce sable est propre et est très riche en éléments très fins.

Par ailleurs, il est à remarquer une différence significative entre les valeurs mesurées des masses volumiques apparente et absolue des deux granulats. Ceci peut probablement s'expliquer par la nature très poreuse de la structure granulaire de ces produits.

La figure 1 montre les courbes granulométriques du sable et du gravier qui sont croissantes, monotones et continues indiquant que les deux fractions de ces deux produits se caractérisent par une granularité homogène ce qui les prédestine à l'utilisation dans la composition des bétons de l'étude.



Figure 1 : Courbes granulométriques du sable et du gravier Figure 1 : Ganulometric curves of sand and gravel

Pour les essais de ténacité, le béton utilisé B2 est pris d'une autre gâchée destinée à l'usage. Sa composition est différente de celle fabriquée précédemment pour le béton B1 et est composée d'un ciment portland CPJ/CEM II 42,5, d'un sable naturel de fraction 0/5, de deux types de graviers concassés 3/8 et 5/15, et d'une eau de robinet. La composition formulée selon la méthode de Dreux – Gorisse a donné les dosages suivants : ciment = 400 Kg/m3 ; sable = 658 Kg/m3 ; gravillon 3/8 = 107 Kg/m3 ; gravier 5/15 = 910 Kg/m3 ; eau = 205 Kl/m3.

Le temps de malaxage à la bétonnière est de 4min et 30s. Celui de la vibration sur la table vibrante est de 15s. La maniabilité mesurée par l'affaissement au cône d'Abrahms est de 7 cm indiquant que le béton formulé est plastique.

Les caractéristiques physiques des constituants mesurées, à savoir les masses volumiques apparente (Mvap.) et absolue (Mabs.), la porosité, l'équivalent de sable (ES), la propreté (ΔM) et le module de finesse (Mf) sont rassemblées dans le tableau 2.

Tableau 2 : caractéristiques physiquesdes constituants du béton B2Table 2: physical caracteristics of conctituents of concrete B2.

Constituants	Mvap. g/cm3	Mvabs. g/cm3	Porosité %	ES %	ΔM %	Mf
Sable 0/5	1,54	2,67	42,5	89	141	2,01
Gravillon 3/8	1,23	2,53	-	-	14	-
Gravier 5/15	1,25	2,55	-		9	-

Il apparait que le sable utilisé est propre mais sa porosité peu élevée indique qu'il est un peu gros.

2.2. Protocole de préparation des éprouvettes de béton B1

La préparation des éprouvettes est réalisée selon la norme NFP 18-400. Le compactage est effectué sur une table vibrante pendant une durée totale d'une minute. Après 24 heures de conservation à l'air libre, les éprouvettes sont conditionnées en humidité (HR) de 100% et à la température ambiante pendant 24 autres heures tout en rasant leurs surfaces supérieures. Après cette durée, l'opération de démoulage s'effectue et les corps d'épreuves sont conservés pendant 28 jours dans un local approprié. Il est à noter que les moules utilisés sont en acier pour les uns et en bois pour les autres. Des traitements spécifiques à l'huile sont effectués afin de faciliter l'opération de démoulage.

2.3. Géométrie des éprouvettes utilisées en compression

Les éprouvettes utilisées en compression sont des cubes de 10x10x10 cm3 au nombre de trois confectionnés dans des moules en acier pour cet usage. D'autres géométries modifiées tirées des demis éprouvette cassées en flexion ont aussi été adoptées pour la mesure de la résistance à la compression selon le protocole suivant :

- Six éprouvettes cubiques modifiées (10x10x10 cm3) tirées des éprouvettes prismatiques 10x10x30 cm3.
- Six éprouvettes cubiques modifiées (10x10x10 cm3) tirées des éprouvettes prismatiques 10x10x40 cm3.
- Six éprouvettes cubiques modifiées (12x12x12 cm3) tirées des éprouvettes prismatiques 12x12x60 cm3.
- Quatre éprouvettes cubiques modifiées (12x12x20 cm3) tirées des éprouvettes prismatiques 12x12x120 cm3.

La figure 2 montre un exemple des corps d'épreuve modifiés avant le traitement et le polissage des surfaces de rupture en flexion.



Figure 2 : Eprouvettes modifiées Figure 2: Modified specimens

2.4. Géométrie des éprouvettes lisses utilisées en flexion

Les corps d'épreuve utilisés en flexion sont des prismes de différentes dimensions donnant les géométries suivantes : 7x7x28 cm3; 10x10x30 cm3; 10x10x40 cm3; 12x12x60 cm3; 12x20x120 cm3. La figure 3 montre quelques exemples des géométries des corps d'épreuve utilisées.



Figure 3 : Géométries des éprouvettes utilisées en flexion Figure 3: Geometries of specimens used in flexure

2.5. Géométrie des éprouvettes entaillées de béton B2 utilisées en flexion pour la mesure de la ténacité

Les éprouvettes utilisées pour les essais de fissuration sont des prismes de différentes dimensions dont les volumes sont : 10x10x30 cm3; 5x10x30 cm3; 10x10x40 cm3; 5x10x40 cm3; 5x12x60 cm3 et 5x20x120 cm3 contenant des entailles latérales de différentes profondeurs simulant les fissures. Les entailles sont réalisées à l'aide de plaquettes pyramidales triangulaires en aluminium fabriquées spécialement dans un atelier de sidérurgie et placées au centre de l'éprouvette au moment du coulage puis retirées pour laisser la trace d'une fissure comme indiqué sur la figure 4.



Figure 4 : Plaquettes pyramidales et entailles Figure 4: Pyramidal plates and notches

Ces encoches sont ajustées correctement au centre du spécimen puis badigeonnées avec de l'huile de décoffrage pour éviter tout risque d'endommagement de l'entaille après le démoulage afin de lui conférer l'aspect d'une singularité (figure 5).



Figure 5 : Emplacement de la fissure au centre du moule avant le coulage du bétonFigure 5: Notch emplacement in the centre of mould before casting concrete

Les différentes longueurs d'entaille utilisées sont toutes comprises dans le rapport : 0.2 < a/W < 0.6.

a et W sont respectivement la longueur de fissure réalisée et la largeur de l'éprouvette.

Le facteur d'intensité de contrainte critique KIC a été calculé par la relation :

 $\text{KIC} = \mathbf{\sigma}_c \cdot \mathbf{Y} \cdot \sqrt{a}$

Avec : $\mathbf{\Phi}_c$ représente la contrainte de rupture, Y un facteur de forme tabulé pour différentes longueur de fissure et a la longueur de l'entaille.

2.6. Dispositif de compression

L'essai de compression a été réalisé selon la norme NF EN12390-3. Son but principal est de contrôler la qualité du béton durci et de déterminer la contrainte de compression conduisant à l'écrasement d'une éprouvette en béton. Le dispositif est un appareil de compression à affichage digital et à commande automatique, de capacité 2000 KN. La vitesse de chargement est lente et avoisine 1mm/min.

La résistance à la compression du béton Rc est déterminée par la formule suivante : Rc = F/S.

F et S sont respectivement la charge à la rupture et la section de l'éprouvette.

2.7. Dispositif de flexion

Les essais de flexion trois points ont été effectués sur une machine manuelle de capacité maximale 150 KN. Ce sont des essais mécaniques classiques qui permettent de déterminer la résistance à la traction par flexion et qui s'appliquent uniquement aux éprouvettes prismatiques. La vitesse d'application est lente et constante d'environ 5 mm/min. Les expériences sont menées jusqu'à la ruine totale de l'éprouvette. La charge de rupture est alors relevée sur un cadran gradué à aiguille de lecture.

La résistance à la flexion Rf est obtenue à l'aide de la formule classique de la résistance des matériaux : Rf = (3FL) / (2bh2). F, L, b et h représentent respectivement l'effort de rupture, la distance entre les appuis, la largeur et la hauteur des éprouvettes.

Il est à signaler que cette formule tirée de la théorie des poutres donne une approche satisfaisante de la résistance à la flexion qui représente en fait la contrainte locale de la matière au niveau des fibres externes dans la section de l'éprouvette à l'aplomb de la charge. Dans le cas des échantillons considérés dans cette expérimentation, de section transversale carré pour 4 géométries et rectangulaire pour une géométrie avec un rapport (h/L) pris égal à 3, 4, 5 et 6 comme révélé par la figure 3, l'approximation utilisée pourrait être bonne dans la mesure où nous supposons que tous ces élancements expérimentés satisfont les deux hypothèses fondamentales de la théorie des poutres. Ceci permet de négliger l'effet du cisaillement transversal comme rapporté aussi par G. Mirouzi et al. dans une étude récente sur le comportement en flexion d'éprouvettes prismatiques de béton de résine d'élancement 4 [43].

3. RÉSULTATS ET DISCUSSION

3.1. Résultats des résistances à la compression

L'ensemble des valeurs moyennes des résistances à la compression des différents corps d'épreuve ainsi que leur origine et leurs dimensions sont rassemblés dans le tableau 3.

Tableau 3 : Résistances à la compressiondes différents corps d'épreuveTable 3 : compressive strengths of different specimens

Origine des éprouvettes	Dimensions (cm)	Résistance (MPa)	Coef. de variation (%)
Eprouvettes normales	10x10x10	21±1,2	5,5%
Epr. modifiées tirées de 10x10x30 cm	10x10x10	29 ± 6	20%
Epr. modifiées tirées de 10x10x40 cm	10x10x10	24.5 ± 6	24%
Epr. modifiées tirées de 12x12x60 cm	12x12x12	24.5 ± 6.5	26%
Epr. modifiées tirées de 12x12x120 cm	12x12x20	25,5 ± 5	20%

L'ensemble des résultats de mesure se caractérise par une dispersion importante due principalement à l'hétérogénéité du béton ainsi qu'à la dispersion des essais mécaniques eux-mêmes. Il faut noter que les éprouvettes sont nominalement non identiques dans la mesure où elles montrent un aspect aléatoire de la densité et de la distribution de la porosité en surface et au sein de leur volume et des microfissures préexistantes avant la sollicitation qui ne sont pas uniformes et qui diffèrent d'un échantillon à un autre. Une hétérogénéité de la micro structure et des compositions locales différentes d'une éprouvette à une autre sont aussi à l'origine du phénomène. Par ailleurs différentes sources de création et de développement de microfissures peuvent aussi se présenter à l'intérieur du matériau comme la porosité résiduelle qui se forme au cours du processus d'élaboration et de fabrication des éprouvettes en béton et qu'il est pratiquement difficile d'éliminer complètement.

Tous ces phénomènes conjugués aux cinétiques d'évolution de l'endommagement et de la rupture qui sont fortement modifiées de part les variations significatives de contraintes locales

conduisent à des mécanismes de rupture complexes dans le béton qui peuvent s'amorcer à différents niveaux de contraintes selon l'orientation, la localisation, la densité et les dimensions des défauts.

Il faut noter que si la dispersion sur les valeurs mesurées sur les éprouvettes normales est acceptable et faible, elle est par contre importante pour les valeurs de la résistance obtenues sur les autres corps d'épreuves modifiés.

La figure 5 montre une représentation des valeurs des résistances en compression en fonction du volume des échantillons testés.

Dans la limite des corps d'épreuve et des volumes utilisés, il semble que la résistance à la compression ne montre pas de variation significative avec l'augmentation de leur volume et a tendance à garder une valeur constante et stable. Ceci est probablement lié aux mécanismes de déformation et d'endommagement qui s'opèrent à l'échelle microscopique dans ce type de sollicitation et qui sont très complexes et difficiles à identifier.

Il est à signaler la valeur un peu surréaliste de la résistance mesurée sur les éprouvettes tirées des corps de $(10 \times 10 \times 30)$ cm3. Ceci peut probablement avoir différentes origines comme le nombre faible d'échantillons testés, une gâchée différente de celles utilisées pour les autres corps, des hétérogénéités différentes...





3.2. Résultats des mesures de la résistance à la traction par flexion

Le tableau 4 résume les résultats de mesure de la résistance à la traction par flexion trois points obtenus sur les différents corps d'épreuves testés ainsi que les coefficients de variation mesurant la dispersion mécanique.

 Tableau 4 : Valeurs des résistances à la flexion des différents corps d'épreuves testés.
 Table 4 : Flexural strengths values of different specimens

Dimensions des éprouvettes cm x cm x cm	Portée cm	Volume cm ³	Résistance MPa	Coef. de variation %
7x7x28	21	784	7,5 ±1,6	21%
10x10x30	25	3000	6 ± 0,4	7%
10x10x40	30	4000	6,1 ± 0,4	6,5%
12x12x60	45	8640	5,8±0,9	15,5%
12x20x120	-90	28800	$4,9 \pm 0,04$	1%

Comme dans le cas de la compression, les résultats de mesure montrent une dispersion due au caractère hétérogène du béton. A l'échelle microscopique, les éprouvettes n'ont pas les mêmes caractéristiques ni les mêmes compositions. Cette dispersion est plus faible par rapport à celle observée sur les résultats de mesure de la résistance à la compression.

3.3. Phénomène de l'effet de volume

Les résultats de mesure des résistances et des volumes sont illustrés par l'histogramme de la figure 7.



Figure 7 : Histogramme des résistances et des volumes en flexion Figure 7: Histogram of strengths and volums in flexure

Il apparait clairement que la contrainte à la rupture diminue lorsqu'augmente la taille de la structure c'est à dire du corps d'épreuve. Ce phénomène est illustré davantage par la figure 8. Cette tendance est plus nuancée que celle observée dans le cas de la compression. En effet, la diminution de la contrainte moyenne (σ) avec l'augmentation de volume est claire.



Figure 8 : Resistance à la flexion en fonction du volume des éprouvettes Figure 8 : Flexural strength versus volum of specimens

Il est important de pouvoir estimer et prévoir à partir d'essais réalisés en laboratoire sur de petits échantillons le comportement en service de pièces complexes. On constate donc une dépendance de la résistance à la rupture avec le volume des éprouvettes testées. Cette dépendance de la résistance à la rupture des structures avec leurs volumes est certainement aussi une conséquence de l'hypothèse du lien le plus faible qui considère que la rupture au niveau du défaut le plus critique conduit à la rupture totale.

Ainsi, plus le volume de l'éprouvette d'essai ou de la structure est important plus la probabilité de la présence d'un défaut critique augmente et par conséquent plus le niveau de la résistance à la rupture ou de la contrainte déclenchant la ruine est faible. Ceci reste une explication probabiliste de l'effet d'échelle lequel, comme le rapportent de nombreuses études, peut être mis en évidence à partir de la théorie statistique de Weibull souvent utilisée pour expliquer et modéliser ce phénomène dans les matériaux quasi-fragiles. Les études expérimentales de V. Kadlecek et Z. Spetla [8] en 1973, de R. Torrent [9] en 1977 et de X. Wu [10] en 1991 citées précédemment estiment que ces effets d'échelle suivent en général des lois en puissance de (V). Par ailleurs, du fait que la distribution de Weibull suit une loi en puissance, sa loi d'échelle ne peut que suivre aussi une loi en puissance.

Ainsi, à égalité de probabilité de rupture, deux échantillons de même matériau de volumes respectifs V1 et V2 soumis aux contraintes σ V1 et σ V2 peuvent être décrits par l'expression suivante [11] :

$$(\sigma V1/\sigma V2) = (V2 / V1)1/m$$

Le paramètre m qui décrit la fragilité appelé module de Weibull est une caractéristique empirique du matériau. Plus m augmente moins le matériau est fragile. Des valeurs numériques du rapport (σ V1/ σ V2) en fonction de (V2 / V1) ont été rapportées dans la littérature scientifique et technique pour différentes valeurs de m mettant en évidence l'influence du volume sous contrainte sur la résistance à la rupture en sollicitation uni axiale [11]. Ces expressions à caractère statistique-probabiliste exprimant les effets de volume sont d'une grande importance aussi bien pour les bureaux d'études que pour les organismes de contrôle ou même pour les utilisateurs industriels pour pouvoir prévoir, à partir d'essais en laboratoire sur des échantillons réduits, le comportement en service des structures complexes.

Cependant, ces études ne spécifient pas clairement les types et la nature de matériaux pour lesquels ces expressions ont été formulées pour une application adéquate. Leur application pour le cas des bétons est un sujet encore controversé.

Il est par ailleurs utile de signaler que la littérature scientifique mentionne que la théorie statistique de l'effet d'échelle de Weibull utilisée pour modéliser la rupture des matériaux hétérogènes fragiles notamment les matériaux composites à base de céramique, s'applique bien aux structures qui rompent dès l'amorçage de la fissuration macroscopique et qui montrent ainsi au moment de leur ruine une faible zone d'élaboration de la fissuration induisant une redistribution négligeable des contraintes à l'échelle macroscopique.

Cependant, et à l'exception des échelles si grandes où la taille des hétérogénéités de ces matériaux devient négligeable devant la taille de la structure engendrant une rupture fragile, cette théorie ne permet pas d'expliquer les effets d'échelle de structure dans les matériaux quasi-fragiles de type bétons dont la matière est fortement hétérogène avec une hétérogénéité caractérisée par une longueur matériau non négligeable.

P. Rossi et J.M. Piau [30] dans leur modèle stochastique puis D. Breysse [44] dans son modèle probabiliste de l'endommagement, implantés tous les deux dans un code d'éléments finis ont appliqués en particulier cette théorie au cas des bétons en montrant toutes ses potentialités de description du comportement macroscopique plus proche de la réalité expérimentale. F. Carole et al. cités par C. Faye et al. [45] dans leur étude sur l'analyse fiabiliste du comportement d'un bois lamellé collé proposent un outil d'analyse probabiliste qui s'est intéressé particulièrement au comportement aux états limites d'un multicouche en bois lamellé collé sollicité en traction et en flexion. Le modèle construit permet de mettre en évidence un effet d'échelle et dont les applications concernent le dimensionnement des structures en bois lamellé collé ou la conception de ce type d'élément.

Se basant sur la mécanique non linéaire de la rupture pour expliquer l'effet d'échelle de structures observé dans les matériaux quasi-fragiles, Z. Bazant [46-47] en 1983 et en 1984 suggère qu'une propagation stable de grandes fissures ou de bandes de fissuration distribuée jusqu'à atteindre l'effort maximal, conjuguée à une redistribution des contraintes et un relâchement de l'énergie emmagasinée provoque un effet d'échelle.

Il propose ensuite en 1996 une loi « universelle » applicable pour des structures avec et sans entaille initiale [48]. Cette loi a été vérifiée expérimentalement pour différents matériaux granulaires comme les bétons, les mortiers, les roches et les céramiques, sur des échantillons entaillés et non, pour des géométries différentes (poutres, cylindres) et pour diverses sollicitations mécaniques (flexion 3 points, compression et fendage). Il faut signaler que la théorie déterministe de Z. Bazant est considérée aujourd'hui comme la mieux adaptée au cas des matériaux quasi fragiles pour prédire les effets d'échelle de structure [48,49].

Comme le montre la figure 7, les résultats de mesures réalisées sont en accord avec ceux rapportés par la bibliographie et obtenues sur des poutres non entaillées de dimensions homothétiques testées par R. L'Hermite [15]. La même tendance de l'évolution de la résistance avec le volume des corps des épreuves est relevée.

3.4. Comparaison des résistances dans les deux sollicitations

La figure 9 montre la comparaison entre la résistance des échantillons cubiques de volume $(10 \times 10 \times 10)$ cm³ mesurée en compression et celles obtenues sur les éprouvettes prismatiques de différents volumes testées en flexion.





La contrainte en compression est supérieure à celle de flexion pour toutes les géométries. Les rapports des résistances sont rapportés dans le tableau 5.

Tableau 5 : Rapport résistance de compressionsur celle de flexion.

Table 5 : Compressive strength to flexural strength ratio

Eprouvettes Dim. En cm	$\frac{(10 \times 10 \times 10)}{(7 \times 7 \times 28)}$	$\frac{(10 \times 10 \times 10)}{(10 \times 10 \times 30)}$	$\frac{(10\times10\times10)}{(10\times10\times40)}$	$\frac{(10 \times 10 \times 10)}{(12 \times 12 \times 60)}$	$\frac{(10 \times 10 \times 10)}{(12 \times 20 \times 120)}$
Rapports	2,8	3,4	3,4	3,5	4,2

Ces rapports sont reportés sur la figure 10.



Figure 10 : rapport contrainte de compression sur celle de flexion Figure 10 : compressive stress to bending strength ratio

Comme remarqué, ce rapport a tendance à avoir une fluctuation. Des essais complémentaires sont ainsi nécessaires pour déterminer sa tendance.

3.5. Résultats de mesure de la ténacité

Le tableau 6 résume les valeurs moyennes mesurées du facteur d'intensité de contrainte critique KIC ainsi que les coefficients de variation en pourcentage mesurant le degré de dispersion pour les différentes géométries des corps d'épreuves en béton utilisés.

Tableau 6 : Ténacité mesurée sur les différentes
géométries d'éprouvettesTable 6 : Measured fracture toughness on different
specimens geometries

Volume (cm ³)	1500	2000	3000	3600	4000	12000
Eprouvette	5x10x30	5x10x40	10x10x30	5x12x60	10x10x40	5x20x120
K _{IC} (MPa√m	0,45	0,54	0,57	0,54	0,61	0,60
	± (8%)	± (10%)	± (7%)	±7%)	± 5%)	± (8%)

Comme il apparaît, les valeurs mesurées de la ténacité pour tous les volumes testés montrent une dispersion qui complique toute analyse. Ces valeurs sont faibles traduisant la mauvaise résistance à la fissuration du béton et sont en concordance avec certains résultats de ténacité relevés et rassemblés dans la littérature obtenus sur des éprouvettes de géométries différentes [3-50-51]. Les résultats du tableau 6 sont illustrés sur la figure 11 qui montre la variation de KIC en fonction du volume des éprouvettes testées.



Figure 11 : Variation de KIC en fonction du volume des éprouvettes. Figure 11 : KIC versus volume of specimens

Même s'il reste difficile de mener une analyse rigoureuse au vu du nombre réduit d'essais pour chaque cas et des volumes très rapprochés des éprouvettes, il semble se dégager une légère tendance à l'augmentation de KIC avec le volume des éprouvettes. Ce comportement rejoint ceux rapportés par la littérature scientifique et technique sur la question [16-52]. En effet, utilisant quatre méthodes analytiques de détermination des paramètres de rupture double-K sur des éprouvettes en béton de différentes tailles et de différents facteurs géométriques, expérimentées en flexion trois point et en traction (éprouvettes CT), S. Kumar et al. [52] concluent que tous les paramètres de rupture comme la longueur effective critique de la fissure, l'ouverture critique à fond de fissure (CTOD critique), la ténacité instable, la ténacité cohésive, la ténacité de fissuration initiale dépendent de la taille de l'éprouvette et du facteur géométrique. Une croissance non linéaire de la ténacité instable avec l'augmentation de la taille des éprouvettes est observée jusqu'à une certaine taille à partir de laquelle le

paramètre de ténacité instable se stabilise et devient indépendant de la géométrie du spécimen et du facteur géométrique.

Ainsi, et malgré la dispersion relevée sur les mesures de KIC pour chaque géométrie, il semble se dégager sur la figure 11 un palier de valeur constante de KIC égale à 0,6 MPa. \sqrt{m} à partir du volume de 2000 cm3 correspondant aux échantillons 10x10x40 cm3.

Ce palier semble correspondre aux éprouvettes à section latérale rectangulaire d'épaisseur 5 cm et de largeur égale ou supérieure à 20 cm et de portée égale à 120 cm ainsi qu'aux éprouvettes à section carré de côté 10 cm et de portée supérieure à 40 cm. Ainsi, les contours d'une géométrie d'éprouvette prenant en compte l'effet d'échelle et pouvant intégrer les effets des phénomènes d'hétérogénéité dans la mesure de la ténacité du béton et des matériaux granulaires semblent se dessiner. Des orientations dans ce sens sont ainsi à investir pour des modélisations plus fiables des mécanismes de fissuration des bétons.

Il est à signaler que concernant la modélisation des phénomènes de fissurations dans le matériau béton, différentes approches sont proposées dans la littérature telles que celle utilisant les principes de la mécanique linéaire de la rupture et celle s'appuyant sur la mécanique de l'endommagement mais qui ne peuvent prendre en compte tous les mécanismes développés. L'approche discontinue caractérisant le modèle de la zone cohésive introduite avec succès afin de remédier au problème de la singularité du champ de contrainte au fond de fissure semble être à l'heure actuelle un outil efficace.

En effet, les structures quasi-fragiles en béton sont pleines de défauts dus à des pores, des vides et des fissures de retraits existants avant même tout chargement. Après avoir atteint un certain niveau de chargement, ces microfissures se propagent jusqu'à ce que certaines coalescences naissent dans la zone de localisation. L'éprouvette testée est complètement rompue lorsqu'une fissure macroscopique la traverse au niveau de cette zone de plus grandes déformations.

Ainsi, les modèles cohésifs qui reposent sur l'hypothèse selon laquelle la zone de microfissuration peut être décrite comme une interface fictive le long de laquelle le champ de déplacement peut admettre des discontinuités, tout en continuant à transmettre des efforts, se sont montrés efficaces pour décrire le phénomène de fissuration dans les matériaux quasi fragiles comme le béton. Cette zone cohésive constitue alors une zone de transition entre le matériau sain et le matériau rompu.

Ce phénomène de comportement de la fissuration, qui ne peut pas être séparé de l'effet d'échelle, traduit le changement de la réponse d'un matériau en raison des changements géométriques dans ses dimensions. Ce mécanisme implique une redistribution des contraintes traduite par la libération d'une quantité d'énergie que consomme la zone de microfissuration pour créer de nouvelles surfaces de fissures.

4. MODES DE RUPTURE

4.1. Cas de la compression

Les figures 12, 13 et 14 montrent quelques exemples des modes de rupture d'éprouvettes normales et de celles modifiées en sollicitation de compression.





Figure 12 : Exemples de mode de rupture d'éprouvettes $(10 \times 10 \times 10)$ cm normales en compression

Figure 12 : Exemple of mode of fracture of normal specimens $(10 \times 10 \times 10)$ cm in compression



Figure 14 : Autres exemples de mode de ruptures d'éprouvettes modifiées $(10 \times 10 \times 10)$ cm - $(12 \times 12 \times 12)$ cm et $(12 \times 12 \times 20)$ cm Figure 14 : Other exemples of mode of fracture of modified specimens $(10 \times 10 \times 10)$ cm - $(12 \times 12 \times 12)$ cm and $(12 \times 12 \times 20)$ cm

En général, il est observé une rupture classique du phénomène de compression couramment rencontrée sur la géométrie cubique et qui s'opère selon des plans obliques avec la formation de deux pyramides tronquées et opposées par la petite base. Ce mode de rupture est maintenant connu et reste conditionné par les forces de frottement qui se développent entre les facettes des échantillons et les plateaux de la presse de compression. Ces forces de frottement dirigées à l'intérieur du cube, gênent et freinent l'évolution et le développement des déformations transversales du béton comme rapporté par F. Chellali et B. Redjel [53] dans une étude sur la pratique des essais d'écrasement sur les bétons (figure 15).



Figure 15 : Mécanisme de déformation des éprouvettes cubiques du béton en compression Figure 15 : Mechanism of deformation of concrete cubic specimens in compressiuon

L'influence de ces forces de frottement diminue avec la hauteur et c'est pour cette raison qu'après cassure, le cube reçoit la forme de deux pyramides tronquées par leur petite base comme schématisé sur la figure 16.

Figure 16 : Schématisation de la rupture pyramidale du cube en compression



Figure 16 : Cubic pyramidal fracture scheme in compression



Figure 13 : Exemple de mode de rupture d'éprouvettes (10×10×10) cm modifiés en compression

Figure 13 : Exemple of mode of fracture of modified specimens (10×10×10) cm in compression



4.2. Cas de la flexion 3 points

La figure 17 montre un exemple de prisme rompu en flexion sur l'appareil utilisée à l'usage.



Figure 17 : Eprouvette de dimension $(12 \times 12 \times 60)$ cm rompue sur l'appareil de flexion

Figure 17 : Failure of specimen $(12 \times 12 \times 60)$ cm in bending apparatus

Trois scénarios de rupture ont été observés et relevés durant cette sollicitation : une rupture centrale droite donnant deux demimorceaux presque symétriques, une rupture centrale inclinée à droite, une rupture centrale inclinée à gauche. Les ruptures sont franches et brutales. Elles sont de type fragile c'est-à-dire soudaine. Les figures 18, 19, 20, 21 et 22 rassemblent des exemples de modes de rupture observés en flexion trois points sur les différents corps d'épreuves.



Figure 18 : Exemple de mode de rupture des éprouvettes ($7 \times 7 \times 28$) cm en flexion Figure 18 : Exemple of mode of fracture of specimens ($7 \times 7 \times 28$) in bending



Figure 19 : Exemple de mode de rupture des éprouvettes ($10 \times 10 \times 30$) cm en flexion Figure 19 : Exemple of mode of fracture of specimens ($10 \times 10 \times 30$) in bending



Figure 20 : Exemple de mode de rupture des éprouvettes $(10 \times 10 \times 40)$ cm en flexion Figure 20 : Exemple of mode of fracture of specimens $(10 \times 10 \times 40)$ in bending



Figure 21 : Exemple de mode de rupture des éprouvettes $(12 \times 12 \times 60)$ cm en flexion Figure 21 : Exemple of mode of fracture of specimens $(12 \times 12 \times 60)$ in bending



Figure 22 : Exemple de mode de rupture des éprouvettes ($12 \times 20 \times 120$) cm en flexion Figure 22 : Exemple of mode of fracture of specimens ($12 \times 20 \times 120$) cm in bending

5. CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

L'étude du comportement des matériaux granulaires quasifragiles et leur caractérisation sont des phases complexes qui nécessitent une attention particulière et notamment en ce qui concerne les processus de dégradation et de fissuration. Il est montré expérimentalement que certaines caractéristiques mécaniques des structures comme principalement la contrainte nominale maximale changent quand les tailles de ces structures changent. Ce phénomène connu sous le nom « d'effet d'échelle » est très important en mécanique des matériaux et des structures et représente une autre propriété de ces matériaux quasi-fragiles.

Ainsi, le comportement à la fissuration d'un matériau granulaire ne peut pas être séparé de l'effet d'échelle auquel cette fissuration reste étroitement liée. Cet effet d'échelle se traduit par le

36

changement de la réponse du matériau en raison des changements géométriques dans ses dimensions. Pour le béton, qui n'est pas un matériau parfaitement homogène, l'hétérogénéité se manifeste à l'échelle des granulats par la présence en nombre de microdéfauts tels que les microfissures et les micro-vides d'orientations et de densités quelconques. Sous l'effet d'un chargement, les déformations se localisent rapidement au niveau de ces zones de présence des défauts. Ainsi, plus les dimensions d'une structure sont grandes, plus la probabilité de présence d'une importante proportion de défauts est grande aussi. Ce mécanisme implique alors une redistribution des contraintes et une libération d'énergie. Cette énergie est consommée par la zone de microfissuration pour créer une nouvelle surface de fissure.

Il apparait clairement que la prise en compte de l'ensemble des hétérogénéités lors de la détermination des propriétés des matériaux granulaires est une tâche qui est souvent complexe et qu'il est difficile de matérialiser expérimentalement par un protocole. L'approche cohérente consiste alors à idéaliser le matériau en le considérant comme grossièrement continu et donc en moyennant ses propriétés à une certaine échelle qui reste fonction de la microstructure. Cette pseudo homogénéisation doit nécessairement reposer sur le choix d'un volume élémentaire qui doit être statistiquement représentatif de l'ensemble des hétérogénéités du matériau. Pour cela, le volume considéré doit être, comme le rapportent les études orientées dans ce sens, suffisamment petit pour prendre en compte la structure microscopique du matériau et pour pouvoir considérer la sollicitation qu'il subit comme macroscopiquement homogène et sassez grand pour pouvoir contenir toutes les hétérogénéités dans la microstructure et pour que les résultats restent inchangés pour un volume plus important afin de pouvoir décrire le comportement global du matériau. D'autre part, ses propriétés doivent être constantes dans l'espace considéré c'est-à-dire indépendantes de l'endroit du matériau où il a été « prélevé ». La mise en place d'une expérimentation prenant en considération tous ces paramètres s'impose afin d'aboutir à des mesures conventionnelles des propriétés mécaniques de résistance des structures en béton.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Vonk, R. A. (1993). "A micromechanical investigation of softening of concrete loaded in compression", Heron Publication, Delft University of Technology, The Netherland, vol.38, n°3.
- [2] Bazant, Z. P. & Oh, P. H. (1983). «Crack band theory for fracture of concrete» Materials and Structures, RILEM, vol. 16, n° 93, pp. 155-177.
- [3] Mazars, J., Pijaudier-Cabot, G. & Saouridis, C. (1991). « Size effect and continuous damage in cementitious materials» Int. J. of Fracture, 51, pp. 159-173.
- [4] Piañas, J. & Elices, M. (1989). «Size effect in concrete structures: mathematical approximations and expérimental validation », éds. J. Mazars et Z. P. Bazant, «Cracking and damage, strain localization and size effect», Elsevier Pubs., pp. 462-476.
- [5] Biolzi, L., Gambarova, P. G., Rosati, G. P. & Schuum, C. (1994). «On fracture and size effect in concrete beams », Comp. modelling of concrete struc, éds. H. Mang, N.Bicanic et R. De Borst, Proc, of Euro-C 1994, Int. conf. Austria, vol. 1, pp. 53.62.

- [6] Nedjar, B., (1995). « Mécanique de l'endommagement : théorie du premier gradient et application au béton » thèse doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France.
- [7] Kaplan, M.F., (1959). « Flexural and compressive strength of concrete as affected by the properties of aggregates» Journal of the American Concrete Institute, 55, May 1959, pp. 1193-1208.
- [8] Kadlecek, V. & Spetla, Z. (1973). «Effect of size and shape of test specimens on the direct tensile strength of concrete » Bull. RILEM, 36, pp. 175-184.
- [9] Torrent, R. (1977). «A general relation between tensile strength and specimen geometry for concrete-like materials» RILEM Mater. Struct., 10 (58), pp. 187-196.
- [10] Wu, X. (1991). «Modélisation numérique de la fissuration du béton à partir d'une approche probabiliste » Thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France.
- [11] Orange, G. (1985). « Propriétés mécaniques et comportement élastique des matériaux » dans Rupture des matériaux 1ère et 2 ème parties, coordonnateur G. Fantozzi, INSA de Lyon, France, 1ère partie, pp. I.1 – I.146.
- [12] Barthelemy, B., (1980). «Notions pratiques de mécanique de la rupture », éditions Eyroles, Paris, France, 290p.
- [13] Rossi, P., Wu, X., Le Maou, F., Belloc, A., (1994). «Scale effect on concrete in tension », Materials and Structures, vol. 27, pp. 437-444.
- [14] Rossi, P. (1988). « Fissuration du béton : du matériau à la structure – application de la mécanique linéaire de la rupture », Rapport de recherche LCPC N° 150, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris, France, 238 p.
- [15] L'Hermite, R. (1973). «Influence de la dimension absolue sur la résistance à la flexion » Annales ITBTP, n° 309-310, pp. 39-41.
- [16] Bazant, Z. & Pfeiffer, P. (1987). « Determination of fracture energy from size effect and brittlness number », ACI Mater. J., 84, pp. 463-480.
- [17] Weibull, W., (1939). « A statistical theory of the strength of materials » Ingeniors Vetenskaps Akademien, Handlingar (Royal Swedish Inst. Eng. Research Proc.) Nr 151, pp. 1-55.
- [18] Weibull, W., (1951). « A statistical distribution function of wide applicability » J. Applied Mechanics, Vol.18, pp. 293-297.
- [19] Achouri S., & Redjel, B., (2014). « Etude expérimentale et analyse probabiliste du comportement à la rupture en traction de matériaux composites verre-perlon-acrylique à usage orthopédique » Synthèse, Revue des Sciences et de la Technologie, éditée par l'Université Badji Mokhtar de Annaba, Algérie, N° 29, Octobre 2014, pp. 59-76.
- [20] Laalai, I., & Sab, K., (1994). « Size effect and stochastic non local damage in quasi-brittle materials », In Breysse, D., editor, Probabilities and Materials, Kluwer Academic Publishers, Netherlands, pages 151-161.
- [21] Rossi, P., X. Wu, (1992). « A probabilistic model for material behaviour analysis and appraisement of the concrete structures », Magazine of Concrete Research, vol.44, n° 161, pp. 271-280.
- [22] Rossi, P., Ulm, F., (1997). « Size effects in biaxial tensilecompressive behaviour of concrete : physical mechanisms and modelling », Materials and Structures, vol. 30, n° 198, pp. 210-216.

- [23] Castera, P., Breysse, D., (1998). « Mise en œuvre d'approches probabilistes pour décrire l'endommagement et la rupture de bois reconstitués », Revue des Composites et des Matériaux Avancés, Vol.8, numéro hors série, Hermes, pp. 137-152.
- [24] Moes, N., Dolbow J, Belytschko T. (1999). "A finite element method for crack growth without remeshing" Int. J. Numer. Meth. Eng., 46, pp.131–50.
- [25] Alam, S.Y., (2011). "Expérimental study and numerical analysis of crack opening concrete", Thèse de Doctorat de l'Ecole Centrale de Nantes et de l'Université de Nantes, France, 2011.
- [26] Kumar, S., Pandey, S. R., Srivastava A.K.L., (2013). « Analytical methods for determination of double-K fracture parameters of concrete » Advances in Concrete Construction, Vol. 1, No. 4, pp. 319-340.
- [27] Kumar, S., Barai, S.V. (2009), "Influence of loading condition and size-effect on the KR-curve based on the cohesive stress in concrete", Int. J. Fract., 156, pp. 103-110.
- [28] Cusatis, G., Schauffert, E.A. (2009), "Cohesive crack analysis of size effect", Eng. Fract. Mech., 76, pp. 2163-2173.
- [29] Elices, M., Rocco, C. and Roselló, C. (2009), "Cohesive crack modeling of a simple concrete: Experimental and numerical results", Eng. Frac. Mech., 76, pp. 1398-141
- [30] Rossi, P., Piau, J.M., (1988). « The usefulness of statistical models to describe damage and fracture in concrete », France-USworkshop « on strain localization and size effect due to cracking and damage » LMT, Cachan, France, 1988.
- [31] Park, K., Paulino, G. H., Roesler, J.R. (2008), "Determination of the kink point in the bilinear softening model for concrete", Eng. Frac Mech., 7, pp. 3806-3818.
- [32] Kwon, S.H., Zhao, Z., Shah, S.P. (2008), "Effect of specimen size on fracture energy and softening curve of concrete: Part II. Inverse analysis and softening curve", Cement Concrete Res., 38, pp. 1061-1069
- [33] Roesler J., Paulino, G.H., Park, K., Gaedicke, C. (2007), "Concrete fracture prediction using bilinear softening", Cement Concrete Compos., 29, pp. 300-312.
- [34] Zhao, Z., Kwon, S.H., Shah, S.P. (2008), "Effect of specimen size on fracture energy and softening curve of concrete: Part I. Experiments and fracture energy", Cement Concrete Res., 38, pp. 1049-1060
- [35] Xu, S., Reinhardt, H.W. (1998), "Crack extension resistance and fracture properties of quasi-brittle materials like concrete based on the complete process of fracture", Int. J. Fract. 92, pp. 71-99.
- [36] Xu, S., Reinhardt, H.W. (1999a), "Determination of double-K criterion for crack propagation in quasi-brittle materials, Part I: Experimental investigation of crack propagation", Int. J. Fract., 98, pp. 111-149.
- [37] Kumar, S., Barai, S.V. (2009a), "Determining double-K fracture parameters of concrete for compact tension and wedge splitting tests using weight function", Eng. Fract. Mech., 76, pp. 935-948.
- [38] Kumar, S., Barai, S.V. (2010a), "Determining the double-K fracture parameters for three-point bending notched concrete beams using weight function", Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct., 33(10), pp. 645-660.

- [39] Kumar, S., Barai, S.V. (2010b), "Size-effect prediction from the double-K fracture model for notched concrete beam", Int. J. Damage Mech., 19, pp. 473-497.
- [40] Jenq, Y.S., Shah, S.P. (1985), "Two parameter fracture model for concrete", J. Eng. Mech. ASCE, 111 (10), pp. 1227-1241.
- [41] Bažant, Z.P., Kim, J.K., Pfeiffer, P.A. (1986), "Determination of fracture properties from size effect tests", J. Struct. Eng. ASCE, 112(2), pp. 289-307.
- [42] Bažant, Z.P., Yu, Q., (2004), "Size effect in concrete specimens and structures: New problems and progress.» FractureMechanics of Concrete Structures (Proc., FraMCoS-5, 5th Int. Conf. on Fracture Mech. of Concrete and Concr. Structures, Vail, Colo.), Vol. 1, V.C. Li, K.Y. Leung, Willam, K.J., and Billington, S.L., eds., IA-FraMCoS, 153--162.
- [43] Mirouzi G., Redjel, B., Rangeard D., Kebaili, B., (2016), «Influence du mode et du taux de renforcement par fibres de verre courtes E et tissu de verre sur les performances mécaniques de bétons de résine »., J. Mater. Environ. Sci. 7 (5), pp. 1759-1772
- [44] Breysse, D., (1990). « Probabilistic formulation of damage evolution law of cementitious composites» J. Eng. Mech. ASCE, Vol.116, 7, pp. 1389-1410.
- [45] Faye, C., Castera, P., Breysse, D., Renaudin, Ph., (1995).
 « Analyse fiabiliste du comportement d'un bois lamellé collé » Annales des composites, 1996/1, JST AMAC IFMA Clermont-Ferrand, 6 Décembre 1995, pp.71-81.
- [46] Bazant, Z., (1983). « Fracture in concrete and reinforced concrete » in Bazant Z.P., N. U., editor, Pager Symposium on Mechanics of Geomaterials : rocks, concretes, soils, pp. 281-316.
- [47] Bazant, Z. (1984). « Size effect in blunt fracture : concrete, rock, metal », ASCE J. Eng. Mech., 110, pp. 518-535
- [48] Bazant, Z. (1996). « Size effect aspects of measurement of fracture characteristics of quasi brittle material », Advanced Cement Based Materials, 4, pp. 128-137.
- [49] Laalai, I. (1993). « Effets d'échelle dans les matériaux quasifragiles à microstructure aléatoire : approches locale et nonlocale », thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées - Paris, France.
- [50] M.F. Kaplan, (1961), « Crack propagation and the fracture of concrete », J. Amer. Concrete Inst. », 58 (5), pp. 591- 610.
- [51] H.D. Bui, M. Terrien, P. Acker, P. Rossi, J. Mazars, D. Legendre, D. François, B. Redjel, (1984), « Rupture du béton hydraulique en traction » Rapport d'activité, Contrat DGRST N° 81 P 0713, 1984.
- [52] S. Kumar, S. R. Pandey, A.K.L. Srivastava, (2013), « Analytical methods for determination of double-K fracture parameters of concrete », Advances in Concrete Construction, Vol. 1, No. 4, pp. 319-340.
- [53] Chellali, F., Redjel, B., (2006), « La pratique des essais destructifs : l'essai d'écrasement du béton », Algérie – Equipement, Revue Scientifique de l'ENTP, N° 41, Mai 2006, pp. 16-20.